

Vektorraum-Eigenschaften

Sei V ein Vektorraum über \mathbb{K} , (\mathbb{K} ist \mathbb{R} oder \mathbb{C}).

- a) Man beweise mit Hilfe der Vektorraumaxiome, dass für alle $u \in V$ und $\alpha \in \mathbb{K}$,

$$0 \cdot u = O, \quad (-1) \cdot u = -u, \quad \alpha \cdot O = O.$$

- b) Zeigen Sie, dass der Durchschnitt beliebig vieler Unterräume von V wieder ein Unterraum von V ist.

- c) Seien $v_1, v_2, \dots, v_n \in V$, $a, b \in \mathbb{K}$, $a \neq 0$. Zeigen Sie, dass

$$\text{span} \{v_1, v_2, \dots, v_n\} = \text{span} \{av_1, v_2, \dots, v_n\} = \text{span} \{v_1 + bv_2, v_2, \dots, v_n\}.$$